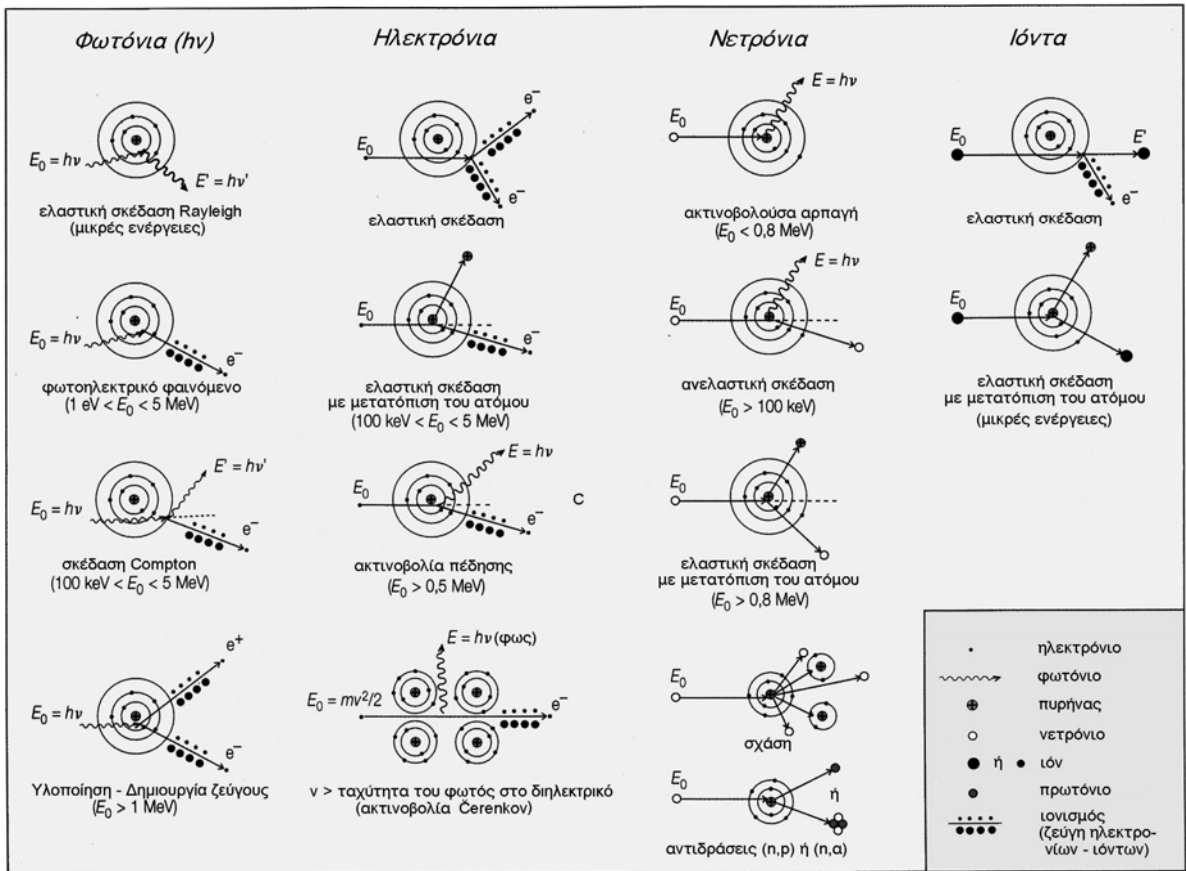


**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ**  
**ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**  
**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΤΟΜΙΚΗΣ & ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ**  
**ΦΥΣΙΚΗΣ**

Σ.ΔΕΛΟΥΣΗΣ, Χ.ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΔΗΣ, Μ.ΖΑΜΑΝΗ-ΒΑΛΑΣΙΑΔΟΥ,  
 Κ.ΖΙΟΥΤΑΣ, Α.ΛΙΟΛΙΟΣ, Μ.ΜΑΝΩΛΟΠΟΥΛΟΥ,  
 Κ.ΠΑΠΑΣΤΕΦΑΝΟΥ, Η.ΣΑΒΒΙΔΗΣ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**  
**ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ**



# ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## ΡΑΔΙΟΕΝΕΡΓΕΙΑ

### 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Προς τα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα με αρχές του 20<sup>ου</sup>, ανακαλύφθηκε ότι υπάρχουν στην φύση ορισμένα βαριά στοιχεία τα οποία εκπέμπουν διάφορες μορφές ακτινοβολιών, άγνωστες έως τότε. Η ιδέα της ακτινοβολίας ήταν ήδη γνωστή με την μορφή δέσμης ηλεκτρονίων, από τα πειράματα του J.J.Thomson (1895). Το 1896 ο Röntgen ανέδειξε την ύπαρξη των ακτίνων X (ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας) που παραγόταν όταν ταχέα ηλεκτρόνια βομβάρδιζαν την ύλη. Έτσι, όταν ο Becquerel ανακάλυψε μία καινούργια, "ατομική" ακτινοβολία (1896), αρχικά θεωρήθηκε ότι ήταν μία μορφή ακτίνων X. Τα πειράματα που πραγματοποίησε χρησιμοποιώντας καλυμμένες φωτογραφικές πλάκες, ώστε να μην υφίστανται την επίδραση του φωτός, απέδειξαν ότι η ακτινοβολία που παραγόταν από ενώσεις του ουρανίου και θόλωνε την φωτογραφική πλάκα, δεν απαιτούσε κανενός είδους εξωτερική διέγερση. Αυτή η διεργασία της αυθόρμητης εκπομπής ακτινοβολίας από το ουράνιο ονομάστηκε,

λίγο αργότερα, ραδιενέργεια. Πειράματα που ακολούθησαν από διάφορους ερευνητές έδειξαν ότι υπάρχουν και άλλες ραδιενεργές ουσίες. Επίσης έδειξαν ότι η ραδιενέργεια είναι αποτέλεσμα της διάσπασης ασταθών πυρήνων που με την διάσπαση μετατρέπονται σε άλλους πυρήνες, πιθανώς ασταθείς επίσης, με τελική κατάληξη σε σταθερούς πυρήνες. Στα πειράματα που πραγματοποίησε ο Becquerel, διαπίστωσε ότι η ακτινοβολία που εκπέμπουν οι ενώσεις του ουρανίου, γνωστή σήμερα σαν **ακτίνες β**, εκτρέπονταν παρουσία μαγνητικού πεδίου, αντίθετα με τις ακτίνες X, δείχνοντας έτσι ότι πρόκειται για φορτισμένα σωματίδια.

Περαιτέρω έρευνα των Pierre και Marie Curie και του Rutherford κατά τα έτη 1897-98, αποκάλυψε την ύπαρξη μιας άλλης μορφής ακτινοβολίας που αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια, γνωστά σήμερα σαν **ακτίνες α**, η οποία είχε πολύ μικρότερη διεισδυτική ικανότητα από την ακτινοβολία β. Έτσι, οι ακτίνες α πολύ δύσκολα μπορούν να διεισδύσουν σε μόλυβδο πάχους ~0.1mm, συγκρινόμενες με τις ακτίνες β για τις οποίες το αντίστοιχο μήκος είναι περίπου 1 mm.

Τέλος, το 1900, ο Villard ανέδειξε την ύπαρξη μιας πολύ πιο διεισδυτικής μορφής ακτινοβολίας, γνωστή σήμερα σαν **ακτινοβολία γ**, η οποία δεν επηρεαζόταν από την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου. Σήμερα είναι γνωστό ότι πρόκειται για ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, όπως και οι ακτίνες X, αλλά πολύ μεγαλύτερης διεισδυτικής ικανότητας (τυπική εμβέλεια 10 cm μολύβδου).

## 1.2 ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΩΝ ΔΙΑΣΠΑΣΕΩΝ

Τρία χρόνια μετά την ανακάλυψη της ραδιενέργειας το 1896, παρατηρήθηκε ότι ο ρυθμός διάσπασης μιας καθαρής ραδιενεργού ουσίας μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Χρειάστηκαν μερικά ακόμα χρόνια για να γίνει κατανοητό ότι η *διάσπαση είναι στατιστικής φύσεως*, ότι δηλαδή είναι αδύνατον να προβλεφθεί πότε ένας συγκεκριμένος πυρήνας πρόκειται να διασπαστεί, αν και η πιθανότητα διάσπασης του είναι συγκεκριμένη και σταθερή. Αυτή η υπόθεση οδηγεί απευθείας στον εκθετικό νόμο.

Έτσι, η πιθανότητα διάσπασης ενός πυρήνα σ' ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα  $dt$ , είναι απλά ανάλογη του  $dt$ :

$$dP = \lambda \cdot dt \quad [1.2.1]$$

όπου η σταθερά αναλογίας,  $\lambda$ , είναι γνωστή σαν **σταθερά διάσπασης**.

Η σταθερά διάσπασης  $\lambda$ , που όπως προκύπτει από τον ορισμό της, εκφράζει την πιθανότητα διάσπασης ενός πυρήνα στη μονάδα του χρόνου, χαρακτηρίζει την διαδικασία των ραδιενεργών διασπάσεων. Το γεγονός ότι η πιθανότητα αυτή είναι σταθερή, ανεξάρτητη της “ηλικίας” των ατόμων, είναι η βασική υπόθεση της στατιστικής θεωρίας των ραδιενεργών διασπάσεων.

Για ένα σύνολο  $N$  ραδιενεργών πυρήνων του ίδιου ισοτόπου η πιθανότητα διάσπασης σε χρόνο  $dt$  θα είναι  $N \cdot dP$  ή χρησιμοποιώντας την εξίσωση [1.2.1] :

$$-dN = \lambda \cdot N \cdot dt \quad [1.2.2]$$

όπου  $-dN$  είναι η μείωση του αριθμού των πυρήνων.

Ολοκληρώνοντας την σχέση [1.2.2] προκύπτει ο εκθετικός νόμος των ραδιενεργών διασπάσεων:

$$N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t} \quad [1.2.3]$$

όπου  $N(0)$  ο αριθμός των πυρήνων στον χρόνο  $t = 0$ .

Ο χρόνος που απαιτείται για να διασπαστούν οι μισοί από ένα δεδομένο πλήθος πυρήνων ενός ραδιενεργού ισοτόπου, ονομάζεται **χρόνος ημισείας ζωής** ή **χρόνος υποδιπλασιασμού** και συμβολίζεται με  $t_{1/2}$  ή **T**. Για τον υπολογισμό του θέτουμε  $N(t) = N(0)/2$ , οπότε από τον νόμο των ραδιενεργών διασπάσεων προκύπτει:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \quad [1.2.4]$$

Όπως προκύπτει από τον ορισμό, αφού περάσει 1 χρόνος ημισείας ζωής απομένουν  $N(0)/2$  πυρήνες του αρχικού ραδιενεργού ισοτόπου, μετά από 2 χρόνους ημισείας ζωής απομένουν  $N(0)/4$ , μετά από 3 χρόνους ημισείας ζωής απομένουν  $N(0)/8$ , ενώ μετά από  $n$  χρόνους ημισείας ζωής απομένουν  $N(0)/2^n$ .

Λόγω της στατιστικής φύσης της διάσπασης, είναι χρήσιμο να ορισθεί ο **μέσος χρόνος ζωής  $\tau$** , που είναι ο μέσος χρόνος επιβίωσης ενός πυρήνα πριν την διάσπασή του. Έστω  $N(t)$  ο αριθμός των πυρήνων που υπάρχουν την χρονική στιγμή  $t$ . Ο αριθμός αυτών που διασπώνται στο χρονικό διάστημα μεταξύ  $t$  και  $t+dt$ , θα είναι:

$$|dN| = \lambda \cdot N(t) \cdot dt = \lambda \cdot N(0) \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt \quad [1.2.5]$$

Ο μέσος χρόνος ζωής από τον ορισμό του θα είναι:

$$\tau = \frac{1}{N(0)} \int_0^{\infty} t \cdot |dN| \quad [1.2.6]$$

που οδηγεί με την χρήση της [1.2.5] στην :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad [1.2.7]$$

Έτσι ο μέσος χρόνος ζωής είναι το αντίστροφο της σταθεράς διάσπασης.

Οι μέσοι χρόνοι ζωής που έχουν παρατηρηθεί στα φυσικά ραδιενεργά ισότοπα κυμαίνονται από  $10^{-6}$  sec μέχρι τα  $\sim 10^{10}$  y για τα άλφα ραδιενεργά, από  $10^{-3}$  sec έως  $\sim 10^6$  y για τα περισσότερα βήτα ραδιενεργά ενώ για εκπομπή ακτινοβολίας  $\gamma$  έχουν παρατηρηθεί χρόνοι έως  $\sim 10^{-15}$  sec.

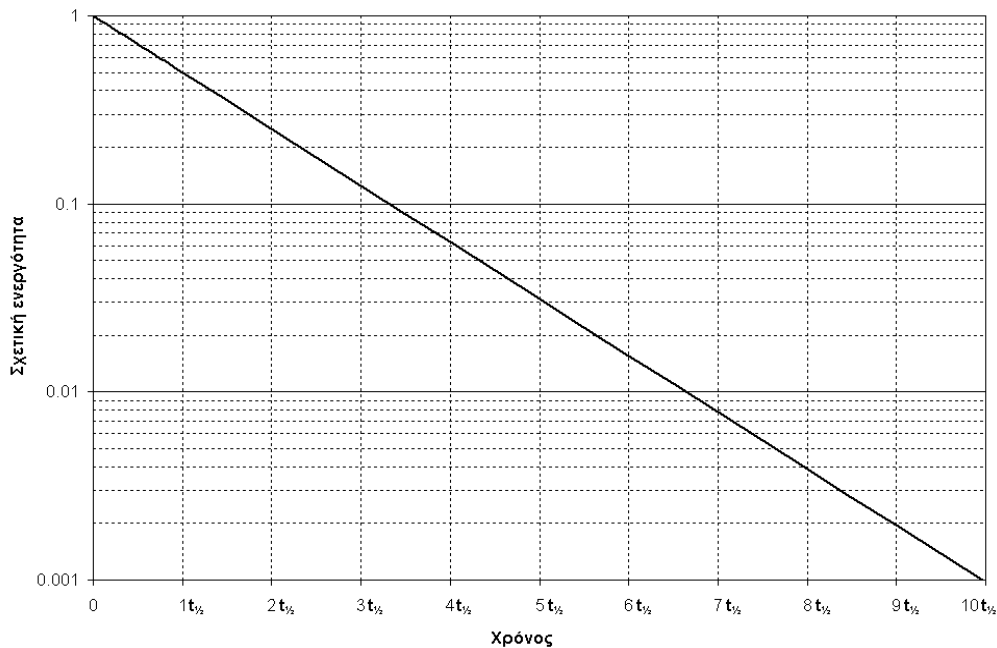
### 1.3 ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ

Ο νόμος των ραδιενεργών διασπάσεων, όπως διατυπώνεται στην εξίσωση [1.2.3] μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμό των πυρήνων που υπάρχουν κάθε χρονική στιγμή, μέγεθος όμως που δεν είναι εύκολο να μετρηθεί. Αντίθετα, είναι ευκολότερο να καταμετρηθεί ο αριθμός των πυρήνων που διασπώνται σε ορισμένο χρονικό διάστημα, αν μετρηθούν οι εκπεμπόμενες ακτινοβολίες. Έτσι, οδηγούμαστε στον ορισμό της **ενεργότητας R** που είναι ο ρυθμός διάσπασης του ραδιενεργού ισότοπου:

$$R(t) \equiv \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N(t) = \lambda \cdot N(0) \cdot e^{-\lambda t} \quad [1.3.1]$$

Αν χρησιμοποιηθεί η εξίσωση [1.3.1], προκύπτει μια άλλη έκφραση του **νόμου των ραδιενεργών διασπάσεων**:

$$R(t) = R(0) \cdot e^{-\lambda t} \quad [1.3.2]$$



**Σχήμα 1.3.1.** Γραφική παράσταση του νόμου των ραδιενεργών διασπάσεων. Ο άξονας των τετμημένων είναι σε μονάδες χρόνου ημισείας ζωής.

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, η *ενεργότητα ενός ραδιενεργού ισότοπου μειώνεται εκθετικά με το χρόνο*. Η γραφική παράσταση της ενεργότητας συναρτήσει του

χρόνου σε ημιλογαριθμικό χαρτί είναι ευθεία με κλίση  $-\lambda$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3.1.

### 1.3.1 ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑΣ

Η μονάδα μέτρησης της ενεργότητας που επιλέχθηκε αρχικά και τείνει να εγκαταλειφθεί σήμερα, είναι το **Curie (Ci)** που ορίστηκε το 1950:

$$1 \text{ Ci} \equiv 3.70 \cdot 10^{10} \text{ διασπάσεις /s (disintegrations per second: dps)}$$

οφείλοντας τον ορισμό της στην εκτίμηση που υπήρχε για την ενεργότητα 1 gr καθαρού  $^{226}\text{Ra}$ . Στις ραδιενεργές πηγές εργαστηριακών εφαρμογών είναι πιο κατάλληλα τα υποπολλαπλάσια της μονάδας αυτής: mCi ( $10^{-3}$  Ci),  $\mu\text{Ci}$  ( $10^{-6}$  Ci), ή nCi ( $10^{-9}$  Ci).

Η μονάδα μέτρησης της ενεργότητας που χρησιμοποιείται ευρέως σήμερα είναι το **Becquerel (Bq)** του συστήματος SI. Αυτό ορίζεται:

$$1 \text{ Bq} \equiv 1 \text{ διάσπαση/s (1 dps)}$$

και η σχέση που ισχύει με την παλιότερη μονάδα είναι:

$$1 \text{ Bq} = 2.703 \cdot 10^{-11} \text{ Ci} \quad [1.3.3]$$

Συνήθως στις εργαστηριακές εφαρμογές χρησιμοποιούνται πολλαπλάσια της μονάδας αυτής:  $\text{kBq}$  ( $10^3 \text{ Bq}$ ) ή  $\text{MBq}$  ( $10^6 \text{ Bq}$ ).

# ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΎΛΗ

## 1.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Προϋπόθεση για την ανίχνευση οποιασδήποτε ακτινοβολίας, είναι η αλληλεπίδραση αυτής με το υλικό του ίδιου του ανιχνευτή. Έτσι, η λειτουργία των ανιχνευτών εξαρτάται από τον τρόπο αλληλεπίδρασης της ακτινοβολίας που πρόκειται να ανιχνευτεί, με την ύλη. Για τον λόγο αυτό η μελέτη των βασικών μηχανισμών με τους οποίους αλληλεπιδρά η ακτινοβολία με την ύλη είναι απαραίτητη για την κατανόηση της απόκρισης των ανιχνευτών.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι κυριότεροι μηχανισμοί αλληλεπίδρασης των ακτινοβολιών με την ύλη. Επειδή πολλές από τις αλληλεπιδράσεις των ακτινοβολιών έχουν κάποια πιθανότητα να συμβούν, που εξαρτάται από τη φύση και την ενέργεια της ακτινοβολίας και το υλικό αλληλεπίδρασης, παρουσιάζεται επίσης, στο τέλος του κεφαλαίου αυτού, η έννοια της ενεργού διατομής που έχει επικρατήσει να εκφράζει αυτή τη πιθανότητα όπως και η έννοια της μέσης ελεύθερης διαδρομής για τις πυρηνικές αντιδράσεις.



## 1.5 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ

Όλα τα φορτισμένα σωματίδια (ηλεκτρόνια, πρωτόνια, σωματίδια άλφα, πυρήνες κλπ.) κατά την διέλευσή τους από την ύλη χάνουν κινητική ενέργεια κυρίως μέσω των αλληλεπιδράσεων των ηλεκτρικών τους πεδίων με τα ηλεκτρικά πεδία των ηλεκτρονίων του υλικού μέσα στο οποίο κινούνται. Οι βασικές αρχές που διέπουν τις διαδικασίες αυτές είναι πιο εύκολο να μελετηθούν αν θεωρηθούν οι αλληλεπιδράσεις των βαρέων ιόντων. Έτσι αρχικά θα παρουσιαστούν οι αλληλεπιδράσεις των βαρέων ιόντων με την ύλη και κατόπιν λίγο πιο αναλυτικά οι αλληλεπιδράσεις των ηλεκτρονίων με αυτήν.

### 1.5.1 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΒΑΡΕΩΝ ΙΟΝΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ.

Αρχικά ας θεωρήσουμε ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας  $M$ , αρκετά μεγαλύτερης της μάζας του ηλεκτρονίου  $m_0$ , που κινείται με μη σχετικιστική ταχύτητα  $v$  κατά την διεύθυνση  $MO'$ , σχήμα 2.2.1. Αν το φορτίο του σωματιδίου είναι  $ze$  η δύναμη Coulomb  $F$ , που ασκείται στο ηλεκτρόνιο, είναι:  $ze^2/r^2$ \*. Το ηλεκτρόνιο θα κινηθεί τελικά μόνο κατά την διεύθυνση  $y$ , εφόσον καθώς το σωματίδιο περνά από το σημείο  $O'$  η φορά της  $F_x$  αντιστρέφεται. Επειδή η μάζα  $M$  είναι αρκετά μεγαλύτερη από την μάζα του ηλεκτρονίου  $m_0$ , το σωματίδιο θα εκτραπεί κατά πολύ λίγο από την αρχική του πορεία  $MO'$ , ενώ ταυτόχρονα ένα τμήμα της ενέργειάς του,  $\Delta E$ , θα μεταφερθεί στο ηλεκτρόνιο.

Η μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρονίου και επομένως και του σωματιδίου κατά την αλληλεπίδρασή τους αποδεικνύεται ότι θα είναι:

$$\Delta E = \frac{z^2 e^4}{b^2} \frac{M}{m_0 E} \quad [2.2.1]$$

όπου  $E = \frac{1}{2} Mv^2$  η κινητική ενέργεια του σωματιδίου.

---

\* Από άποψη μονάδων, στον νόμο του Coulomb, το  $e^2/4\pi\epsilon_0$  εκφράζεται σε (Δύναμη · Μήκος<sup>2</sup>) ή (Ενέργεια · Μήκος). Ισχύει:  $e^2/4\pi\epsilon_0 = 8.9875 \cdot 10^9 \text{ J} \cdot \text{m} \cdot \text{C}^{-2} \cdot (1.6022 \cdot 10^{-19})^2 \text{ C}^2 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1.44 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \cdot \text{m}$ .

Από την σχέση [2.2.1] προκύπτει ότι η απώλεια ενέργειας του σωματιδίου κατά την αλληλεπίδραση με ένα ηλεκτρόνιο, είναι αντιστρόφως ανάλογη της κινητικής του ενέργειας. Το γεγονός αυτό μπορεί να ερμηνευθεί αν ληφθεί υπόψη ότι όταν το σωματίδιο έχει μεγάλη ενέργεια και επομένως μεγάλη ταχύτητα, βρίσκεται στην περιοχή κάθε ηλεκτρονίου του υλικού για μικρό χρονικό διάστημα, και επομένως θα μεταδώσει λίγη ενέργεια στο ηλεκτρόνιο.

Ακόμα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι η απώλεια ενέργειας του σωματιδίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της παραμέτρου κρούσης  $b$ . Προφανώς, η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να μεταφερθεί από το σωματίδιο στο ηλεκτρόνιο αντιστοιχεί στην ελάχιστη τιμή του  $b$ , δηλ. στη περίπτωση κεντρικής κρούσης. Εύκολα αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση κεντρικής κρούσης, εάν θεωρηθεί αρχικά ακίνητο το ηλεκτρόνιο, τότε η μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου είναι πολύ μικρή, η ταχύτητα του ηλεκτρονίου γίνεται  $2v$ , ενώ η ενέργεια που μεταφέρεται στο ηλεκτρόνιο είναι  $4Em_0/M$  ή περίπου το  $1/500$  της ενέργειας του σωματιδίου ανά νουκλεόνιο, δηλ. πολύ μικρό ποσοστό της ενέργειάς του.

Στην πραγματικότητα, το σωματίδιο κατά την διέλευσή του από κάποιο υλικό, θα αλληλεπιδράσει με πολλά ηλεκτρόνια σε διάφορες αποστάσεις. Στα επόμενα, υπολογίζεται η ολική μεταφορά ενέργειας στα ηλεκτρόνια ή η ολική απώλεια ενέργειας του σωματιδίου κατά την αλληλεπίδρασή του με πολλά ηλεκτρόνια γύρω από την τροχιά του.

Αν τα ηλεκτρόνια του υλικού είναι τυχαία κατανομημένα στο χώρο γύρω από την τροχιά του σωματιδίου, ο αριθμός αυτών που περιέχονται σε κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας  $b$ , πάχους  $db$  και μήκους  $\Delta x$  θα είναι:

$$\Delta n = (N_e \rho)(2\pi b) \cdot db \cdot \Delta x \quad [2.2.5]$$

όπου  $\rho$  η πυκνότητα του υλικού και  $N_e$  ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανά μονάδα μάζας του υλικού, δηλ.  $N_e = N_A \cdot Z/A$  όπου  $Z$  και  $A$  ο ατομικός και μαζικός αριθμός του υλικού, αντίστοιχα και  $N_A$  ο αριθμός Avogadro. Η απώλεια ενέργειας του σωματιδίου ανά μονάδα μήκους της διαδρομής του, θα είναι:

$$\frac{dE}{dx} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \Delta E(b) \frac{\Delta n}{\Delta x} = 2\pi N_e \rho \frac{z^2 e^4 M}{m_0 E} \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{db}{b}$$

$$\eta \quad \frac{dE}{dx} = 4\pi \cdot N_e \cdot \rho \cdot \frac{z^2 e^4}{m_0 c^2 \beta^2} \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad [2.2.6]$$

όπου  $\beta = v/c$ . Η τιμή του λόγου  $dE/dx$  είναι η **ειδική απώλεια ενέργειας** του σωματιδίου.

Στην παραπάνω σχέση δεν λήφθηκε υπόψη η ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων στο υλικό. Προφανώς όταν η παράμετρος κρούσης είναι μεγάλη,  $b_{\max}$ , είναι πιθανό η ενέργεια που θα μεταδοθεί στο ηλεκτρόνιο να είναι ανεπαρκής για να το αποσπάσει από το άτομο. Στη παραπάνω περίπτωση το αποτέλεσμα είναι διέγερση του ατόμου (το ηλεκτρόνιο καταλαμβάνει υψηλότερη ενεργειακή στάθμη). Για να αντιμετωπιστεί το παραπάνω πρόβλημα εισάγεται μία ημιεμπειρική ποσότητα, η **μέση ενέργεια διέγερσης** του ατόμου,  $I$ . Όσο μεγαλύτερη είναι η μέση ενέργεια διέγερσης τόσο μικρότερο είναι το  $b_{\max}$ . Επιπλέον, πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι το ηλεκτρόνιο μπορεί να αποκτήσει αρκετά μεγάλη ταχύτητα, οπότε συμβαίνουν ρελατιβιστικά φαινόμενα. Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται ότι:

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e \rho \frac{z^2 e^4}{m_0 c^2 \beta^2} \left[ \ln \frac{2m_0 c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \frac{C_k}{Z} \right]} \quad [2.2.7]$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή σαν **τύπος των Bethe – Bloch**.

Η ποσότητα  $dE/dx$  ονομάζεται και **γραμμική ισχύς πέδησης**.

Μία πιο χρήσιμη ποσότητα είναι η **μαζική ισχύς πέδησης** που προκύπτει διαιρώντας με την πυκνότητα του υλικού:

$$S_{ion} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = 4\pi N_e \frac{z^2 e^4}{m_0 c^2 \beta^2} \left[ \ln \frac{2m_0 c^2 \beta^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 - \frac{C_k}{Z} \right] \quad [2.2.8]$$

η οποία συνήθως εκφράζεται σε MeV/(g·cm<sup>-2</sup>), ενώ ο δείκτης “ιον” δείχνει ότι αυτή είναι η απώλεια ενέργειας του φορτισμένου σωματιδίου για την παραγωγή ιόντων στο υλικό.

Ο τελευταίος όρος της αγκύλης λέγεται όρος **διόρθωσης φλοιών** και εισάγεται για την περίπτωση που η ταχύτητα του σωματιδίου γίνεται συγκρίσιμη με την ταχύτητα του δέσμιου τροχιακού ηλεκτρονίου. Στην περίπτωση αυτή παύει να ισχύει η αρχική υπόθεση του ακίνητου ηλεκτρονίου. Η διόρθωση αυτή είναι γενικά μικρή, συνήθως αμελητέα.

Ο πρώτος όρος της αγκύλης, περιέχει τον λογάριθμο του  $I$  και έτσι δεν επηρεάζεται σημαντικά η ισχύς πέδησης από την αριθμητική τιμή της μέσης ενέργειας διέγερσης του ατόμου. Όλη η έκφραση μέσα στις αγκύλες αυξάνει αργά με την αύξηση της ενέργειας του σωματιδίου π.χ. μεταβάλλεται κατά παράγοντα 2 για πρωτόνια των οποίων η ενέργεια μεταβάλλεται από 0.5 έως 100 MeV. Ο πρώτος παράγοντας της σχέσης [2.2.8] δίνει την κύρια εξάρτηση της ισχύος πέδησης από την ενέργεια του σωματιδίου. Αυτό δείχνει ότι η αρχική κλασική προσέγγιση (σχήμα 2.2.1, σχέσεις 2.2.1-2.2.4) είναι σημαντικά σωστή. Για διαφορετικά φορτισμένα σωματίδια με την ίδια ταχύτητα, ο μόνος παράγοντας που μεταβάλλεται είναι το  $z^2$ , δηλ. το φορτίο του ιόντος. Έτσι, για παράδειγμα τα σωματίδια άλφα θα χάνουν ενέργεια με ρυθμό μεγαλύτερο από αυτόν των πρωτονίων (Σχήμα 2.2.2). Τέλος, συγκρίνοντας διαφορετικά υλικά σαν απορροφητές για το ίδιο σωματίδιο, προκύπτει ότι σε υλικά με μεγάλο ατομικό αριθμό και μεγάλη πυκνότητα η γραμμική ισχύς πέδησης είναι μεγάλη.

Η ενέργεια που χάνει το φορτισμένο σωματίδιο εμφανίζεται σαν ιονισμός ή διέγερση των ατόμων του υλικού. Καθώς μειώνεται η κινητική ενέργεια του σωματιδίου, αυτό ανταλλάσσει φορτία με το υλικό, ώστε στο τέλος της τροχιάς του είναι ουδέτερο.

### **1.5.2 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ.**

Τα ηλεκτρόνια καθώς διέρχονται μέσω της ύλης, υφίστανται αλληλεπιδράσεις που είναι αρκετά όμοιες με αυτές των βαρέων ιόντων αλλά ταυτόχρονα διαφέρουν σε δύο σημαντικά σημεία, που και τα δύο οφείλονται στη σχετικά μικρή μάζα του ηλεκτρονίου. Το πρώτο είναι ότι οι αλληλεπιδράσεις είναι με άλλα ηλεκτρόνια, ίδιας μάζας, και επομένως τα διερχόμενα ηλεκτρόνια μπορούν να υποστούν σημαντικές απώλειες ενέργειας και σημαντική αλλαγή στη διεύθυνση κίνησης. Σε κάθε κρούση υποθέτουμε ότι το ηλεκτρόνιο που εκπέμπεται με τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια είναι το αρχικό, ώστε η μέγιστη μεταφερόμενη ενέργεια είναι το μισό της αρχικής. Το δεύτερο σημείο είναι ότι το ηλεκτρόνιο, εξαιτίας της μικρής του μάζας, μπορεί να υποστεί μεγάλες επιταχύνσεις από το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα. Σύμφωνα όμως με την κλασική ηλεκτροδυναμική επιταχυνόμενο ή επιβραδυνόμενο σωματίδιο εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με ρυθμό ανάλογο του τετραγώνου της επιτάχυνσης,

ακτινοβολία που είναι γνωστή σαν ακτινοβολία πέδησης ή Bremsstrahlung. Έτσι η ολική απώλεια ενέργειας των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων θα δίνεται από το άθροισμα της απώλειας ενέργειας λόγω συγκρούσεων και λόγω εκπομπής ακτινοβολίας.

### Α) Απώλεια ενέργειας με συγκρούσεις

Όπως προαναφέρθηκε, η μαζική ισχύς πέδησης για τα βαρέα ιόντα που αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια δίνεται από τον τύπο των Bethe – Bloch, σχέση [2.2.8]. Η εξαγωγή της αντίστοιχης σχέσης για την απώλεια ενέργειας των ηλεκτρονίων, γίνεται με τη βοήθεια της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής:

$$S_{ion} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right) = 2\pi N_e \frac{e^4}{\mu_0 \beta^2} \left[ \ln \frac{E^2 (E + 2\mu_0)}{2\mu_0 I^2} + \frac{E^2/8 - (2E + \mu_0)\mu_0 \ln 2}{(E + \mu_0)^2} + 1 - \beta^2 - \delta \right] \quad [2.2.9]$$

όπου  $\mu_0 = m_0 c^2$ . Ο πρώτος παράγοντας της σχέσης [2.2.9] είναι ίδιος με τον αντίστοιχο παράγοντα της σχέσης για τα βαρέα ιόντα, εκτός του παράγοντα 2 που οφείλεται στο γεγονός ότι η κρούση αφορά σωματίδια ίσης μάζας και όχι το ένα πολύ μεγαλύτερο του άλλου. Ο τελευταίος όρος στην αγκύλη,  $\delta$ , ονομάζεται **διόρθωση πυκνότητας** και εισάγεται γιατί η αλληλεπίδραση του ηλεκτρονίου με απομακρυσμένα ηλεκτρόνια θα επηρεαστεί από τα ηλεκτρόνια των ενδιαμέσων ατόμων. Τα άτομα αυτά πολώνονται από την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου και δημιουργούν έτσι μία προάσπιση στα ηλεκτρόνια που βρίσκονται σε μεγαλύτερη απόσταση από την τροχιά του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου. Έτσι αυτά τα απομακρυσμένα ηλεκτρόνια δεν «αισθάνονται» όλη την ένταση του πεδίου του διερχόμενου ηλεκτρονίου και οι συγκρούσεις με αυτά έχουν σαν αποτέλεσμα μικρότερη απώλεια ενέργειας. Ο Sternheimer έδειξε ότι το φαινόμενο αυτό θα μπορούσε να εκτιμηθεί αν στους υπολογισμούς ληφθεί υπόψη η πυκνότητα του υλικού και τα ενεργειακά επίπεδα των ατόμων του υλικού. Η διόρθωση πυκνότητας είναι μικρή σε όλα τα υλικά όταν η ενέργεια του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου είναι μικρότερη του 1 MeV ενώ αυξάνει προοδευτικά με την ενέργεια και γίνεται περίπου 20% στα 100 MeV.

Στο σχήμα 2.2.4 παρουσιάζεται η μαζική ισχύς πέδησης στον άνθρακα και τον μόλυβδο συναρτήσει της ενέργειας του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου. Στην περιοχή χαμηλών ενεργειών, 10 με 100 keV, ο σημαντικός όρος της εξίσωσης [2.2.9] είναι ο πρώτος παράγοντας που περιλαμβάνει το  $1/\beta^2$  και η μαζική ισχύς πέδησης είναι σχεδόν

αντιστρόφως ανάλογη της ενέργειας του σωματιδίου. Σε ενέργειες μεγαλύτερες των 100 keV είναι  $\beta \approx 1$  και ο πρώτος παράγοντας ουσιαστικά μένει σταθερός. Εφόσον το άθροισμα μέσα στην αγκύλη αυξάνει αργά με την αύξηση της ενέργειας του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου η ισχύς πέδησης έχει μία ελάχιστη τιμή στην περιοχή του 1 MeV. Η ισχύς πέδησης στον μόλυβδο είναι μικρότερη από αυτήν στον άνθρακα καθώς ο λόγος  $Z/A$  του μολύβδου ( $N_e = N_A \cdot Z/A$  όπου  $N_A$  ο αριθμός του Avogadro) είναι μικρότερος από αυτόν του άνθρακα και επιπλέον τα περισσότερα ηλεκτρόνια του μολύβδου είναι ισχυρά συνδεδεμένα στο άτομο, συνεισφέροντας έτσι λιγότερο στην απώλεια ενέργειας του ηλεκτρονίου με συγκρούσεις. Η επίδραση του ατομικού αριθμού  $Z$  στην ισχύ πέδησης γίνεται μέσω της μέσης ενέργειας διέγερσης, η οποία βρίσκεται στο παρανομαστή του λογαρίθμου μέσα στην αγκύλη. Έτσι σε υλικά με μεγαλύτερο  $Z$  και επομένως μεγαλύτερη μέση ενέργεια διέγερσης  $I$ , η ισχύς πέδησης είναι μικρότερη. Τιμές της μέσης ενέργειας διέγερσης για μερικά υλικά δίνονται στον πίνακα 2.2.1.

### **B) Ακτινοβολία πέδησης (απώλεια ενέργειας με εκπομπή ακτινοβολίας)**

Όταν ηλεκτρόνιο μεγάλης ενέργειας διέρχεται πλησίον του πυρήνα υφίσταται την επίδραση της δύναμης Coulomb με αποτέλεσμα να μεταβάλλει την διεύθυνση κίνησής του. Επειδή η μάζα του πυρήνα είναι κατά πολύ μεγαλύτερη αυτής του ηλεκτρονίου, ο πυρήνας υπόκειται μικρή διαταραχή. Αν στη θέση  $O$  του σχήματος 2.2.1 αντικατασταθεί το ηλεκτρόνιο με πυρήνα μάζας  $M_N$  και φορτίου  $Ze$ , το κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο θα υποστεί την επίδραση δύναμης  $zZe^2/r^2$  και η αντίστοιχη επιτάχυνση θα είναι:  $zZe^2/r^2M$ . Εφόσον ισχύει  $M_N \gg M$  ο πυρήνας δεν επιταχύνεται σημαντικά, ενώ το σωματίδιο αλλάζει διεύθυνση κίνησης. Είναι γνωστό από την κλασική ηλεκτροδυναμική ότι επιταχυνόμενο φορτίο ακτινοβολεί ενέργεια με ρυθμό ανάλογο του τετραγώνου της επιτάχυνσης:  $(zZe^2/r^2M)^2$ . Όπως είναι προφανές από τον παραπάνω τύπο, η απώλεια ενέργειας με εκπομπή ακτινοβολίας είναι σημαντική σε υλικά με μεγάλο  $Z$  (ανάλογη του  $Z^2$ ) και θα πρέπει να είναι αρκετά μεγαλύτερη στα ελαφρά σωματίδια, όπως το ηλεκτρόνιο, σε σχέση με αυτήν των βαρύτερων σωματιδίων, όπως το πρωτόνιο (ανάλογη του  $1/M^2$ ). Πραγματικά, τα ηλεκτρόνια

εκπέμπουν ενέργεια με ρυθμό τουλάχιστον  $10^6$  φορές παραπάνω από τα πρωτόνια, ενώ για τα βαρέα ιόντα αυτός ο τρόπος απώλειας ενέργειας είναι αμελητέος.

Η απώλεια ενέργειας με εκπομπή ακτινοβολίας για ηλεκτρόνια ενέργειας μικρότερης των 100 MeV δίνεται από την προσεγγιστική σχέση:

$$S_{rad} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dx} \right) = 4N_e Z E \frac{e^4}{137\mu_0^2} \left[ \ln \frac{2(E + \mu_0)}{\mu_0} - \frac{1}{3} \right] \quad [2.2.10]$$

Από την σχέση [2.2.10] προκύπτει ότι η απώλεια ενέργειας με εκπομπή ακτινοβολίας είναι ανάλογη του ατομικού αριθμού του υλικού. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2.4 η απώλεια ενέργειας στον άνθρακα με εκπομπή ακτινοβολίας είναι μικρή για ενέργειες μικρότερες των 10 MeV ενώ η συνεισφορά των δύο τρόπων στην ολική ισχύ πέδησης γίνεται περίπου ίδια στην περιοχή των 100 MeV. Αντίστοιχα, στον μόλυβδο η απώλεια ενέργειας με εκπομπή ακτινοβολίας είναι μικρή για ενέργειες μικρότερες του 1 MeV ενώ η συνεισφορά των δύο διαδικασιών γίνεται περίπου ίδια στην περιοχή των 10 MeV.

Έτσι η ολική απώλεια ενέργειας των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων είναι το άθροισμα της απώλειας ενέργειας λόγω συγκρούσεων και λόγω εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης:

$$S_{tot} = S_{ion} + S_{rad} \quad [2.2.11]$$

Προσεγγιστικά ο λόγος της απώλειας ενέργειας λόγω εκπομπής ακτινοβολίας πέδησης προς την απώλεια ενέργειας λόγω συγκρούσεων δίνεται από την:

$$\frac{S_{rad}}{S_{ion}} \cong \frac{EZ}{700} \quad [2.2.12]$$

όπου η  $E$  είναι σε MeV. Οι συνήθεις ενέργειες των ηλεκτρονίων που παράγονται κατά την β διάσπαση ή στις αλληλεπιδράσεις της ακτινοβολίας γάμμα με την ύλη, είναι έως μερικά MeV. Έτσι η απώλεια ενέργειας από ακτινοβολία πέδησης είναι μόνον ένα μικρό ποσοστό της απώλειας ενέργειας από ιονισμούς και διεγέρσεις, ενώ γίνεται σημαντική όταν το υλικό-απορροφητής έχει μεγάλο ατομικό αριθμό.

## 1.6 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΓΑΜΜΑ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ

Η ακτινοβολία που εκπέμπουν τα ραδιενεργά ισότοπα αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια ή φωτόνια, για τα οποία έχει επικρατήσει να χαρακτηρίζονται ως ακτίνες  $\alpha$ , ακτίνες  $\beta$  και ακτίνες  $\gamma$ .

Οι ακτίνες  $\alpha$  είναι σύνθετα σωματίδια, αποτελούμενα από 2 πρωτόνια και 2 νετρόνια, με συνολική μάζα ηρεμίας περίπου  $4 \text{ GeV}/c^2$ , φορτίο  $+2e$  και κινητική ενέργεια της τάξης μερικών MeV το καθένα.

Οι ακτίνες  $\beta$  είναι ηλεκτρόνια ( $\beta^-$ ) ή ποζιτρόνια ( $\beta^+$ ), με μάζα ηρεμίας  $511 \text{ keV}/c^2$ , φορτίο  $-e$  ή  $+e$  αντίστοιχα και κινητική ενέργεια της τάξης από 0 έως 1 MeV περίπου.

Οι ακτίνες  $\gamma$  είναι φωτόνια, με ενέργεια περίπου από 0.1 έως 5 MeV.

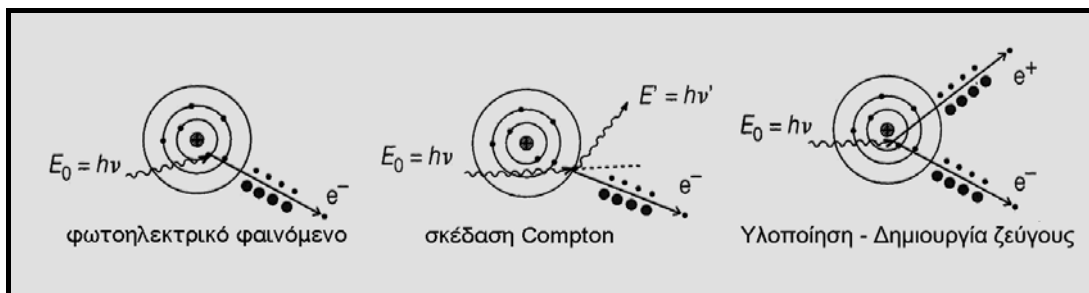
Οι ακτίνες  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  παρουσιάζουν μεταξύ τους μεγάλες διαφορές ως προς την αλληλεπίδραση και απορρόφηση τους από την ύλη. Αυτό είναι συνέπεια της διαφορετικής φύσης τους.

Οι **ακτίνες  $\alpha$  και  $\beta$** , ως αποτελούμενες από σωματίδια που έχουν μάζα και ηλεκτρικό φορτίο, είναι **άμεσα ιονιστικές**. Αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια αυτά, διερχόμενα μέσα από την ύλη, αλληλεπιδρούν κατά μήκος της διαδρομής τους με τα φορτία του υλικού (ηλεκτρόνια και πυρήνες) και χάνουν βαθμιαία την ενέργειά τους προκαλώντας ιονισμούς και διεγέρσεις. Επομένως, ένα άμεσα ιονιστικό σωματίδιο εισερχόμενο μέσα στην ύλη, αλληλεπιδρά υποχρεωτικά με το υλικό, χάνοντας συνεχώς ενέργεια, μέχρις ισορροπίας με το περιβάλλον ή εξόδου του σωματιδίου από το υλικό.

Οι **ακτίνες γάμμα**, ως κβάντα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας (φωτόνια), χωρίς μάζα ηρεμίας και ηλεκτρικό φορτίο, είναι **έμμεσα ιονιστικές**. Η αλληλεπίδρασή τους με την ύλη γίνεται σημειακά, μέσω των φαινομένων (Σχήμα 2.3.1):

- φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (ΦΦ),
- φαινόμενο Compton (ΦC)
- δίδυμη γένεση (ΔΓ).





**Σχήμα 2.3.1** Διαγράμματα των τριών φαινομένων αλληλεπίδρασης των φωτονίων με τα άτομα του υλικού.

Ας δούμε εν συντομία έναν – έναν τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να αλληλεπιδράσει η ακτινοβολία γ με την ύλη.

Το **φωτοηλεκτρικό φαινόμενο** είναι η ολική απορρόφηση φωτονίου από δέσμιο ηλεκτρόνιο, το οποίο ελευθερώνεται και κινείται με ενέργεια:

$$T_e = h\nu - b \quad [2.3.1]$$

όπου  $E_0 = h\nu$  είναι η ενέργεια του φωτονίου και  $b$  η ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου. Προϊόν του φαινομένου αυτού είναι λοιπόν ένα ενεργειακό ηλεκτρόνιο.

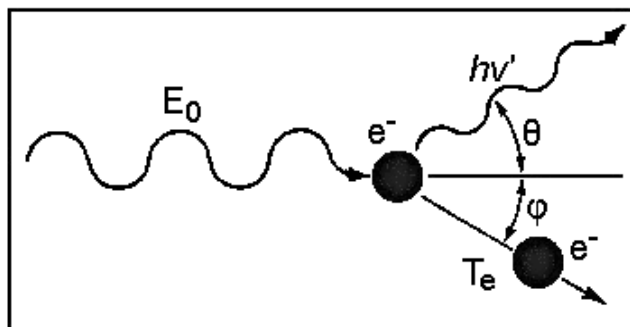
Η κατώτερη τιμή ενέργειας του φωτονίου για να προκαλέσει την αποδέσμευση ηλεκτρονίου δεδομένης κατάστασης είναι  $(h\nu)_{\min} = b$ . Η συνθήκη αυτή ικανοποιείται σχεδόν πάντα για τα φωτόνια των ακτίνων γ, αφού η ενέργειά τους είναι συνήθως πολύ πάνω από 100 keV, ενώ η ενέργεια σύνδεσης των ηλεκτρονίων στα διάφορα άτομα είναι, κατά προσέγγιση, στην περιοχή από μερικά eV έως 100 keV.

Συχνά, για τα φωτοηλεκτρόνια που εξάγονται από ακτίνες γ, ισχύει  $h\nu \gg b$ , οπότε μπορούμε σε πρώτη προσέγγιση να θεωρήσουμε ότι  $T_e \cong h\nu$ .

Η ενεργός διατομή (παράγραφος 2.5) του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, εξαρτάται τόσο από την ενέργεια  $h\nu$  του φωτονίου (είναι ανάλογη του  $(h\nu)^{-7/2}$ ), όσο και από το υλικό στο οποίο θα συμβεί το φαινόμενο (είναι ανάλογη του  $Z^5$ ).

Το **φαινόμενο Compton** είναι η σκέδαση ενός φωτονίου σε ένα ελεύθερο (ή ασθενώς συνδεδεμένο) ηλεκτρόνιο. Ένα μέρος της αρχικής ενέργειας  $h\nu$  του φωτονίου δίνεται στο σκεδαζόμενο φωτόνιο (φωτόνιο Compton) και το υπόλοιπο στο ανακρουόμενο ηλεκτρόνιο (ηλεκτρόνιο Compton):

$$h\nu = h\nu' + T_e \quad [2.3.2]$$



Σχήμα 2.3.2 Διάγραμμα φαινομένου Compton.

Από τις αρχές διατήρησης ενέργειας (σχέση [2.3.2]) και ορμής εύκολα προκύπτει ότι το μείρασμα της αρχικής ενέργειας  $E_0$  στα δύο προϊόντα της σκέδασης, φωτόνιο και ηλεκτρόνιο, εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης  $\theta$  του φωτονίου, δηλαδή τη γωνία μεταξύ των διευθύνσεων του αρχικού και του τελικού φωτονίου (σχήμα 2.3.2):

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)} \quad [2.3.3]$$

όπου  $\alpha = h\nu/m_0c^2 = h\nu/511\text{keV}$ .

Όταν η γωνία σκέδασης  $\theta$  γίνει μέγιστη ( $\theta = 180^\circ$ ), το σκεδαζόμενο φωτόνιο παίρνει την ελάχιστη δυνατή ενέργεια:

$$(h\nu')_{\min} = \frac{h\nu}{1 + 2\alpha} \quad [2.3.4]$$

Το ηλεκτρόνιο Compton στην περίπτωση αυτή έχει, προφανώς, τη μέγιστη ενέργεια:

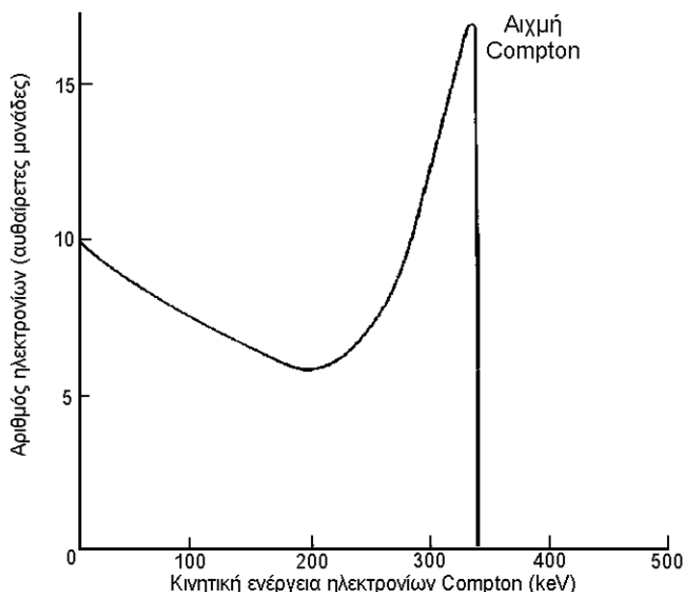
$$(T_e)_{\max} = h\nu - \frac{h\nu}{1 + 2\alpha} \quad [2.3.5]$$

Η ενεργός διατομή του φαινομένου Compton, εξαρτάται τόσο από την ενέργεια  $E_0 = h\nu$  του φωτονίου (είναι ανάλογη του  $(h\nu)^{-1}$ ), όσο και από το υλικό στο οποίο θα συμβεί το φαινόμενο (είναι ανάλογη του  $Z$ ).

[2.3.9]

Στο σχήμα 2.3.4 δίνεται, για παράδειγμα, η ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων Compton που παράγονται από μονοενεργειακή πηγή ακτίνων-γ ενέργειας  $E_0 = 511 \text{ keV}$ , όπως υπολογίζεται από την ανωτέρω σχέση. Η χαρακτηριστική αιχμή Compton της κατανομής βρίσκεται από την σχέση [2.3.5] ( $\alpha=1$ ):

$$T_{e(\max)} = 511 - \frac{511}{1 + 2 \cdot 1} = 340.7 \text{ keV}$$



**Σχήμα 2.3.4** Η ενεργειακή κατανομή των ηλεκτρονίων Compton που παράγονται από μονοενεργειακή πηγή  $\gamma$  ενέργειας  $E_0 = 511 \text{ keV}$ .

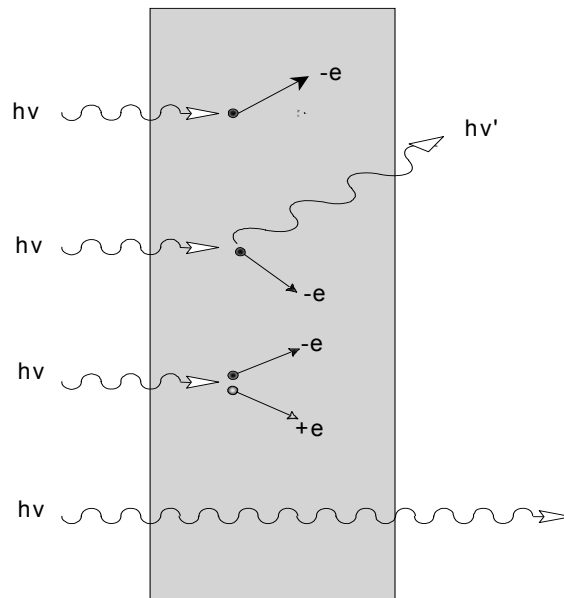
Η **δίδυμη γένεση** ή **δημιουργία ζεύγους** είναι το φαινόμενο μετατροπής ενός φωτονίου σε δύο σωματίδια μάζας ηρεμίας μη μηδενικής. Τα δημιουργούμενα σωματίδια είναι το ένα αντισωματίδιο του άλλου. Το πιο συνηθισμένο τέτοιο ζεύγος κατά την υλοποίηση των ακτίνων  $\gamma$  είναι το ζεύγος ηλεκτρονίου – ποζιτρονίου. Προφανώς, η δίδυμη γένεση είναι δυνατή μόνο για ενέργειες φωτονίων μεγαλύτερες από την οριακή τιμή που προκύπτει από το άθροισμα της μάζας ηρεμίας των δύο σωματιδίων:

$$E_{\min} = 2m_0c^2 = 2 \times 511 \text{ keV} = 1.022 \text{ MeV} \quad [2.3.11]$$

Η ενεργός διατομή της δίδυμης γένεσης εξαρτάται, τόσο από την ενέργεια του φωτονίου (είναι ανάλογη του λογαρίθμου της ενέργειας), όσο και από το υλικό στο οποίο θα συμβεί το φαινόμενο (είναι ανάλογη του  $Z^2$ ). Η δίδυμη γένεση γίνεται ο κύριος μηχανισμός απορρόφησης των φωτονίων στις μεγάλες ενέργειες, μεγαλύτερες από μερικά MeV.

Η αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας γάμμα με την ύλη διέπεται από τη φυσική των ανωτέρω τριών φαινομένων. Ποιο από τα τρία φαινόμενα θα συμβεί (αν συμβεί) σε

ένα φωτόνιο  $\gamma$  δεν είναι βέβαιο, είναι γνωστή όμως η πιθανότητα, για συγκεκριμένη ενέργεια φωτονίου, να συμβεί το ένα ή το άλλο φαινόμενο. Αυτό σημαίνει ότι για δεδομένη ενέργεια φωτονίων, συνυπάρχουν περισσότεροι του ενός μηχανισμοί αλληλεπίδρασης με την ύλη, ο καθένας με τη δική του πιθανότητα να λειτουργήσει.. Έτσι, για μικρές ενέργειες, κάτω των 300 keV περίπου, πιθανότερο είναι το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Στις ενέργειες περίπου μεταξύ 300 keV και 1000 keV, δηλαδή κοντά στη μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου, γίνεται πιθανότερο το φαινόμενο Compton. Η δίδυμη γένεση δεν μπορεί να συμβεί για ενέργειες κάτω από το όριο των 1.022 MeV, γίνεται όμως ο κύριος μηχανισμός απορρόφησης των φωτονίων στις μεγάλες ενέργειες και ο αποκλειστικός για ενέργειες πάνω από 100 MeV. Οι περιοχές αυτές ενεργειών επηρεάζονται από το είδος του υλικού, αφού τα φαινόμενα εξαρτώνται και από τον ατομικό αριθμό  $Z$ .



**Σχήμα 2.3.5** Οι 4 πιθανότερες περιπτώσεις έκβασης της πρόσπτωσης φωτονίων  $\gamma$  σε κάποιο υλικό, σχηματικά. Από πάνω προς τα κάτω:

- Το φωτόνιο αλληλεπιδρά με ΦΦ.
- Το φωτόνιο αλληλεπιδρά με ΦC.
- Το φωτόνιο αλληλεπιδρά με ΔΓ (αυτό μόνο αν  $h\nu \geq 2m_0c^2$ ).
- Το φωτόνιο δεν αλληλεπιδρά καθόλου με το υλικό.

Το κοινό χαρακτηριστικό των τριών μηχανισμών είναι ότι η αλληλεπίδραση του φωτονίου με το υλικό γίνεται σε ένα μόνο σημείο. Συνέπεια αυτού είναι ότι ένα φωτόνιο γάμμα που εισέρχεται σε δεδομένο στρώμα ύλης μπορεί, είτε να

αλληλεπιδράσει, είτε να το διαπεράσει και να διαφύγει χωρίς να αλληλεπιδράσει καθόλου. Αντίθετα, ένα άμεσα ιονιστικό σωματίδιο που εισέρχεται, ακόμη και σε ένα λεπτό στρώμα ύλης, αλληλεπιδρά υποχρεωτικά με αυτό. Ένα άλλο κοινό χαρακτηριστικό (πολύ σημαντικό για την ανίχνευση των γάμμα, όπως θα εξηγηθεί στο κεφάλαιο περί ανιχνευτών) είναι ότι και οι τρεις μηχανισμοί έχουν σαν τελικό προϊόν τουλάχιστον ένα ηλεκτρόνιο δηλαδή ένα άμεσα ιονιστικό σωματίδιο, το οποίο παίρνει ένα σημαντικό μέρος, ή και όλη την ενέργεια του αρχικού φωτονίου.

Για μία **δέσμη φωτονίων** που διέρχεται από κάποιο υλικό δεδομένου πάχους, μόνο ένα ποσοστό της θα αλληλεπιδράσει και θα απορροφηθεί, ενώ το υπόλοιπο θα διαπεράσει το υλικό. Για μονοενεργειακή δέσμη γάμμα, η μεταβολή στην έντασή της κατά την διέλευση από υλικό πάχους  $x$ , ακολουθεί τον εκθετικό νόμο απορρόφησης:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad [2.3.12]$$

όπου  $I_0$  η ένταση της δέσμης πριν το υλικό (αριθμός φωτονίων ανά μονάδα χρόνου και μονάδα εμβαδού),  $I$  η ένταση της δέσμης μετά το υλικό πάχους  $x$ , και  $\mu$  ο **συντελεστής απορρόφησης** του υλικού. Ο συντελεστής αυτός είναι μέτρο της πιθανότητας να αλληλεπιδράσει το φωτόνιο με το υλικό.

Μια ποσότητα άμεσα σχετιζόμενη με τον συντελεστή απορρόφησης είναι η **μέση ελεύθερη διαδρομή** των φωτονίων  $\lambda$ . Αυτή ορίζεται ως η μέση απόσταση που διανύουν τα φωτόνια μέσα στον απορροφητή χωρίς να αλληλεπιδράσουν με αυτόν. Το  $\lambda$  εύκολα προκύπτει ότι είναι ίσο με το αντίστροφο του γραμμικού συντελεστή απορρόφησης :

$$\lambda = 1/\mu \quad [2.3.13]$$

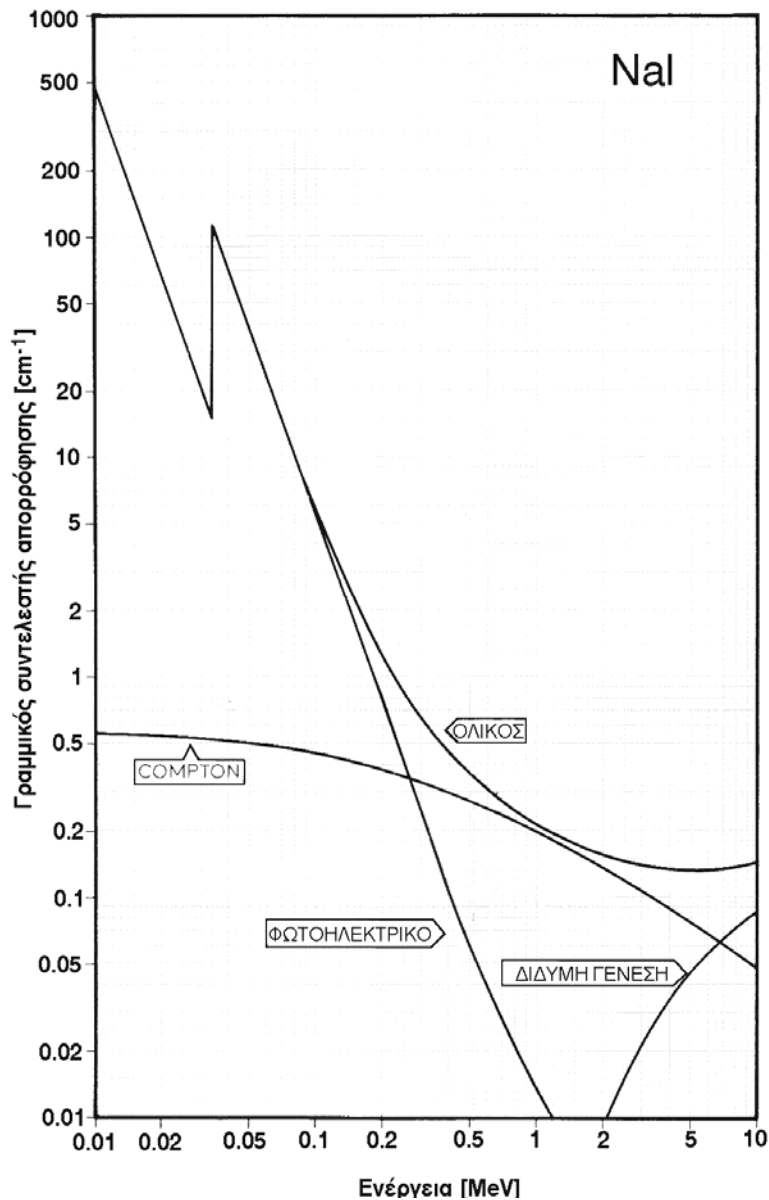
Για φωτόνια με ενέργεια στην περιοχή του 1 MeV, το  $\lambda$  παίρνει τιμές της τάξης των cm, ανάλογα και με το  $Z$  και την πυκνότητα του απορροφητή.

Για το κάθε ένα από τα φαινόμενα φωτοηλεκτρικό (ΦΦ), Compton (ΦC) και δίδυμη γένεση (ΔΓ), με τα οποία γίνεται κατά κυριότητα η απορρόφηση των γάμμα, υπάρχει και ένας ξεχωριστός συντελεστής απορρόφησης: ο συντελεστής απορρόφησης μέσω **φωτοηλεκτρικού**, ο συντελεστής απορρόφησης μέσω φαινομένου **Compton** και ο συντελεστής απορρόφησης μέσω **δίδυμης γένεσης**. Το άθροισμα των τριών αυτών επί μέρους συντελεστών απορρόφησης, μας δίνει τον **συνολικό συντελεστή απορρόφησης**:

$$\mu = \tau_{\Phi\Phi} + \sigma_{\Phi C} + \kappa_{\Delta\Gamma} \quad [2.3.14]$$

Οι επί μέρους συντελεστές απορρόφησης καθώς και ο συνολικός συντελεστής

απορρόφησης  $\mu$  ενός υλικού, εξαρτώνται ισχυρά από την ενέργεια των προσπιπτόντων φωτονίων και το υλικό του απορροφητή (Σχήμα 2.3.6). Για δεδομένη ενέργεια φωτονίων και υλικό, οι συντελεστές αυτοί έχουν κάποια συγκεκριμένη τιμή. Η τιμή αυτή για τον συντελεστή της δίδυμης γένεσης και για ενέργεια φωτονίων κάτω από 1.022 MeV, είναι μηδενική. Η τιμή των επί μέρους συντελεστών προς τον συνολικό συντελεστή  $\mu$ , για δεδομένη ενέργεια φωτονίων, μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η σχετική πιθανότητα μεταξύ των τριών τρόπων αλληλεπίδρασης.



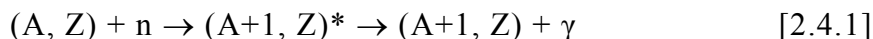
**Σχήμα 2.3.6** Γραμμικός συντελεστής απορρόφησης συναρτήσει της ενέργειας των ακτίνων- $\gamma$ , για το NaI .

## 1.7 ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΥΛΗ

Τα νετρόνια αλληλεπιδρούν με τον πυρήνα ενός ατόμου κατά κανόνα μέσω των πυρηνικών δυνάμεων, λόγω έλλειψης ηλεκτρικού φορτίου. Κατά την αλληλεπίδραση το νετρόνιο συλλαμβάνεται από πυρήνα μαζικού αριθμού  $A$ , σχηματίζοντας έναν νέο «σύνθετο πυρήνα» με μαζικό αριθμό  $A+1$ . Ο σύνθετος πυρήνας βρίσκεται σε διεγερμένη κατάσταση και αποδιεγείρεται με ποικίλους τρόπους εκπέμποντας νετρόνια, φωτόνια, πρωτόνια κλπ.

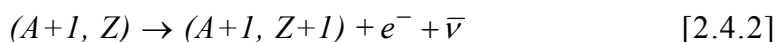
### 1.7.1 ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΟΥΣΑ ΑΡΠΑΓΗ ΤΩΝ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ.

Μια από τις συνήθεις αντιδράσεις των νετρονίων είναι εκείνη όπου ο σύνθετος πυρήνας  $(A+1, Z)$  δηλ. με μαζικό αριθμό  $A+1$  και ατομικό αριθμό  $Z$ , κατά την αποδιέγερση εκπέμπει φωτόνια (ακτινοβολία  $\gamma$ ). Οι αντιδράσεις αυτού του τύπου συμβολίζονται ως  $(n,\gamma)$  αντιδράσεις και είναι της μορφής:



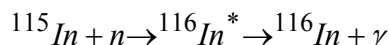
όπου  $(A+1, Z)^*$  είναι ο διεγερμένος σύνθετος πυρήνας.

Ο πυρήνας  $(A+1, Z)$  που σχηματίζεται ανήκει συνήθως στην κατηγορία των  $\beta^-$  ραδιενεργών πυρήνων και διασπάται ως ακολούθως:

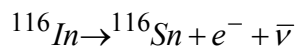


δηλαδή με την μετατροπή ενός νετρονίου του σε πρωτόνιο.

Παράδειγμα  $(n,\gamma)$  αντίδρασης είναι το παρακάτω.



Το σχηματιζόμενο ισότοπο  $^{116}\text{In}$  είναι  $\beta^-$  ραδιενεργό με χρόνο ημισείας ζωής 54 min:



## 1.8 ΕΝΕΡΓΟΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

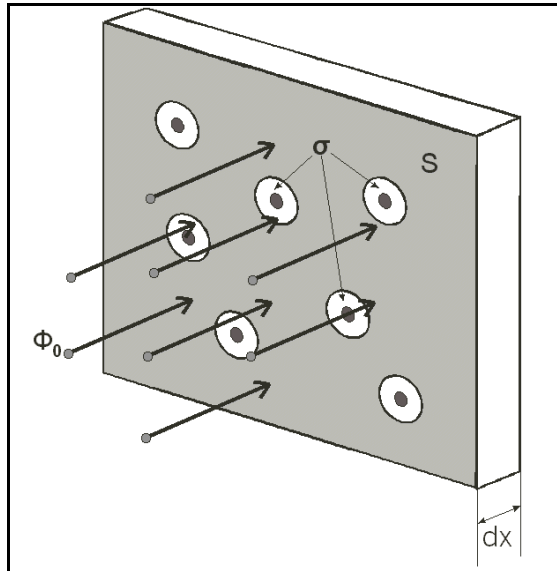
Θεωρούμε υλικό πολύ μικρού πάχους  $dx$  που ακτινοβολείται από δέσμη σωματιδίων. Ο αριθμός των σωματιδίων ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου είναι  $\Phi_0$ . Ένα σωματίο της δέσμης καθώς πέφτει στην επιφάνεια  $S$  του υλικού έχει πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με κάποιον πυρήνα εάν περάσει κοντά απ' αυτόν, σχήμα 2.5.1.

Υποθέτουμε, λοιπόν, μια κυκλική επιφάνεια με κέντρο τον πυρήνα και εμβαδόν  $\sigma$ , τέτοια ώστε εάν το σωματίο περάσει μέσα από αυτήν τότε θα έχουμε 100% αλληλεπίδραση. Εάν το σωματίο διέλθει έξω από την περιοχή που καθορίζει το  $\sigma$  θα εξέλθει του στόχου χωρίς να αλληλεπιδράσει.

Έστω ότι ο στόχος έχει  $n$  πυρήνες ανά μονάδα όγκου. Υποθέτουμε ότι το υλικό είναι τόσο λεπτό ώστε να μην υπάρχει αλληλοεπικάλυψη των πυρήνων και έκαστος πυρήνας να έχει την ίδια πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με κάποιο από τα σωματίδια της δέσμης. Με τις παραπάνω προϋποθέσεις θα είναι:

$$n \cdot dx = \text{o αριθμός των πυρήνων ανά μονάδα επιφάνειας.}$$

$$n \cdot \sigma \cdot dx = \eta \text{ συνολική δραστική επιφάνεια ανά μονάδα επιφάνειας.}$$



Σχήμα 2.5.1. Σχηματική παράσταση της ενεργού διατομής  $\sigma$ .



Εάν δεχθούμε ότι ένα μέρος των σωματιδίων της δέσμης αντιδρά μέσα στο στόχο, μετά από διαδρομή  $dx$  η ροή θα ελαττώνεται κατά  $d\Phi$ , οπότε θα είναι:

$$-d\Phi = \Phi \cdot n \cdot \sigma \cdot dx \quad [2.5.1]$$

Επειδή η αρχική ροή είναι  $\Phi_0$  η ολοκλήρωση της [2.5.1]:

$$\int_{\Phi_0}^{\Phi} -\frac{d\Phi}{\Phi} = \int_0^x n\sigma \cdot dx \Rightarrow \Phi = \Phi_0 e^{-n\sigma x} \quad [2.5.2]$$

Ο όρος  $\sigma$  ονομάζεται **μικροσκοπική ενεργός διατομή** και είναι μέτρο της πιθανότητας να συμβεί κάποια αλληλεπίδραση ή πυρηνική αντίδραση.

Η μικροσκοπική ενεργός διατομή ή απλά **ενεργός διατομή** έχει μονάδα μέτρησης το **1 barn**.

$$1\text{b} = 10^{-24} \text{cm}^2$$

Το γινόμενο

$$\Sigma = n \cdot \sigma \quad [2.5.3]$$

εκφράζει την πιθανότητα να συμβεί κάποια αλληλεπίδραση ή πυρηνική αντίδραση ανά μονάδα όγκου του υλικού, μετριέται συνήθως σε  $\text{cm}^{-1}$  και παίρνει διάφορα ονόματα ανάλογα με το φαινόμενο στο οποίο αναφέρεται, π.χ. όταν αναφέρεται σε αλληλεπίδραση φωτονίων με την ύλη ονομάζεται **γραμμικός συντελεστής απορρόφησης**, στη φυσική νετρονίων **μακροσκοπική ενεργός διατομή** κ.λ.π. Η σχέση [2.5.2] γράφεται:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-\Sigma x} \quad [2.5.4]$$

Η έννοια του λεπτού πάχους του στόχου μπορεί να γίνει τώρα περισσότερο κατανοητή. Το πάχος θεωρείται λεπτό όταν  $\Sigma x \ll 1$ , δηλαδή όταν το  $x$  είναι πολύ μικρό ή η μακροσκοπική ενεργός διατομή  $\Sigma$  είναι πολύ μικρή.

Στην περίπτωση αυτή, ισχύει (ανάπτυγμα σε σειρά Taylor όπου αγνοούνται οι μεγαλύτεροι της πρώτης τάξης όροι):

$$e^{-\Sigma \cdot x} = 1 - \Sigma \cdot x$$

ή

$$\Phi = \Phi_0 \cdot (1 - \Sigma \cdot x)$$

Ο αριθμός των σωματιδίων της δέσμης που θα αντιδράσουν θα είναι:

$$d\Phi = \Phi_0 - \Phi$$

ή

$$d\Phi = \Phi_0 - \Phi_0 \cdot (1 - \Sigma x)$$

ή

$$d\Phi = \Phi_0 \cdot \Sigma \cdot x \quad [2.5.5]$$

Εάν η ακτινοβολία πέφτει σε υλικά με περισσότερα από ένα είδος ατόμων ή ισοτόπων, η συνολική μακροσκοπική ενεργός διατομή θα δίνεται από την σχέση:

$$\Sigma_t = n_1 \cdot \sigma_1 + n_2 \cdot \sigma_2 + \dots + n_i \cdot \sigma_i \quad [2.5.6]$$

όπου:  $n_i \cdot \sigma_i = \Sigma_i$  και

$n_i =$  το πλήθος των πυρήνων  $i$  στο υλικό ανά μονάδα όγκου.

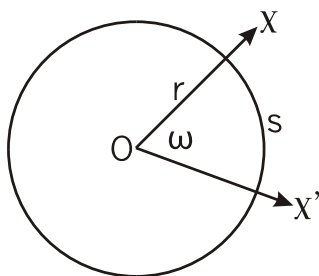
Η ενεργός διατομή εξαρτάται από την ενέργεια των σωματιών της ακτινοβολίας  $\sigma = \sigma(E)$  και αναφέρεται σε συγκεκριμένη αλληλεπίδραση. Στην περίπτωση που η ακτινοβολία είναι μονοενεργειακή οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να εφαρμοσθούν ως έχουν, λαμβάνοντας την κατάλληλη τιμή  $\sigma$  για την αντίστοιχη ενέργεια.

Εάν η ακτινοβολία αποτελείται από σωματίδια συνεχούς φάσματος ενεργειών τότε θα πρέπει να γίνει κατάλληλη ολοκλήρωση των σχέσεων.

### 1.8.1 ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

Πολύ συχνά στις πυρηνικές αντιδράσεις, κυρίως δε στην σκέδαση, προκύπτει ανισότροπη κατανομή ή και διαφορετικές ενέργειες σε διαφορετικές γωνίες. Είναι λοιπόν ενδιαφέρον να γνωρίζουμε το πλήθος των σωματιδίων που σκεδάζονται ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα στερεάς γωνίας  $d\Omega$  που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την διεύθυνση της εισερχόμενης δέσμης. Αρχικά θα αναφερθούμε στην έννοια της στερεάς γωνίας.

Η έννοια της στερεάς γωνίας αποτελεί γενίκευση στις 3 διαστάσεις της έννοιας της επίπεδης γωνίας.



Σχήμα 2.5.2 Η επίπεδη γωνία  $\omega$ .

Η **επίπεδη γωνία** ορίζεται ως το τμήμα εκείνο του επιπέδου που περικλείεται μεταξύ δύο ημιευθειών  $Ox, Ox'$  με κοινή αρχή το σημείο  $O$  του επιπέδου (Σχήμα 2.5.2). Το σημείο  $O$  καλείται κορυφή της γωνίας και οι ημιευθείες  $Ox, Ox'$  καλούνται πλευρές.

Η μέτρηση της γωνίας γίνεται μέσω ενός κύκλου με κέντρο το σημείο  $O$  και ακτίνα  $r$ . Ο κύκλος αυτός ορίζει ένα τόξο που βρίσκεται μεταξύ των δύο ημιευθειών  $Ox, Ox'$  μήκους  $s$ . Η γωνία  $\chi O \chi'$  θα έχει τιμή  $\omega$  ίση με το μήκος  $s$  του τόξου αυτού όταν

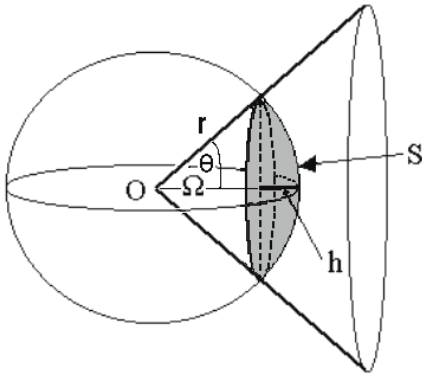
το μετράμε με μονάδα μήκους την ακτίνα  $r$  του κύκλου. Η μέτρηση της γωνίας στην περίπτωση αυτή γίνεται σε ακτίνια (radians ή rad):

$$\omega = s/r \quad (\text{rad})$$

Για παράδειγμα, η γωνία που ορίζει **όλο το επίπεδο** αντιστοιχεί σε μήκος τόξου  $s = 2\pi r$ , οπότε η γωνία αυτή σε ακτίνια είναι:

$$\omega = s/r = 2\pi r/r = 2\pi$$

Η **στερεά γωνία** ορίζεται ως το τμήμα εκείνο του χώρου που περικλείεται από μία κωνική εν γένει επιφάνεια, δηλαδή μια επιφάνεια που συγκλίνει προς ένα σημείο  $O$ . Το σημείο  $O$  καλείται κορυφή της στερεάς γωνίας και η επιφάνεια καλείται παράπλευρη επιφάνεια.



**Σχήμα 2.5.3** Η στερεά γωνία  $\Omega$

Η μέτρηση της στερεάς γωνίας γίνεται μέσω μιας σφαίρας με κέντρο το σημείο  $O$  και ακτίνα  $r$ . Η σφαίρα αυτή ορίζει ένα σφαιρικό τμήμα ύψους  $h$ . Η στερεά γωνία θα έχει τιμή  $\Omega$  ίση με το εμβαδόν  $S$  του τμήματος αυτού όταν το μετράμε με μονάδα εμβαδού την “τετραγωνική ακτίνα”  $r^2$  της σφαίρας (όπως π.χ. τετραγωνικό μέτρο  $m^2$ , τετραγωνικό εκατοστό  $cm^2$  κλπ.).

Η μέτρηση της στερεάς γωνίας γίνεται σε στερεά ακτίνια (**steradians** ή **sr**):

$$\Omega = S/r^2 \quad (\text{sr})$$

Το εμβαδόν  $S$  σφαιρικού τμήματος με ύψος  $h$  σε σφαίρα ακτίνας  $r$  είναι:

$$S = 2\pi \cdot h$$

Για παράδειγμα, η στερεά γωνία που ορίζει **το μισό χώρο** αντιστοιχεί στο εμβαδόν της μισής σφαίρας, δηλαδή  $h = r$ , άρα  $S = 2\pi r h = 2\pi r^2$ , οπότε η στερεά γωνία αυτή σε steradians είναι:

$$\Omega = S/r^2 = 2\pi r^2/r^2 = 2\pi$$

Η στερεά γωνία που ορίζει **όλο το χώρο** αντιστοιχεί στο εμβαδόν όλης της σφαίρας  $S = 4\pi r^2$ , οπότε η στερεά γωνία σε steradians θα είναι:

$$\Omega = S/r^2 = 4\pi r^2/r^2 = 4\pi$$

Αν ληφθεί υπόψη ότι:  $h = r - r \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$  προκύπτει:

$$\Omega = \frac{2\pi r^2 \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\theta)}{r^2} \quad \text{ή}$$

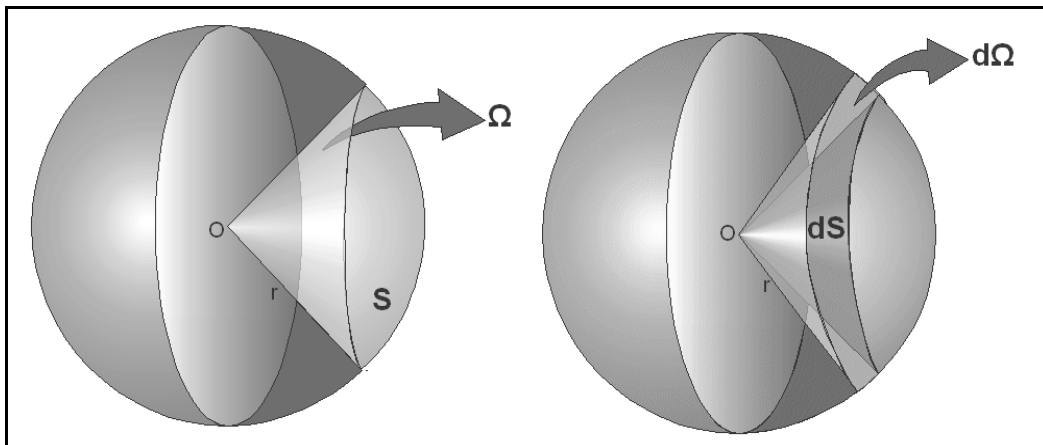
$$\Omega = 2\pi \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\theta)$$

Ορίζουμε τώρα μία νέα ενεργό διατομή που ονομάζεται **διαφορική ενεργός διατομή** ως την ενεργό διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας (σχήμα 2.5.4).

$$\sigma(\theta, \varphi) = d\sigma/d\Omega \quad [2.5.7]$$

Η **ολική ενεργός διατομή**  $\sigma_t$  θα είναι:

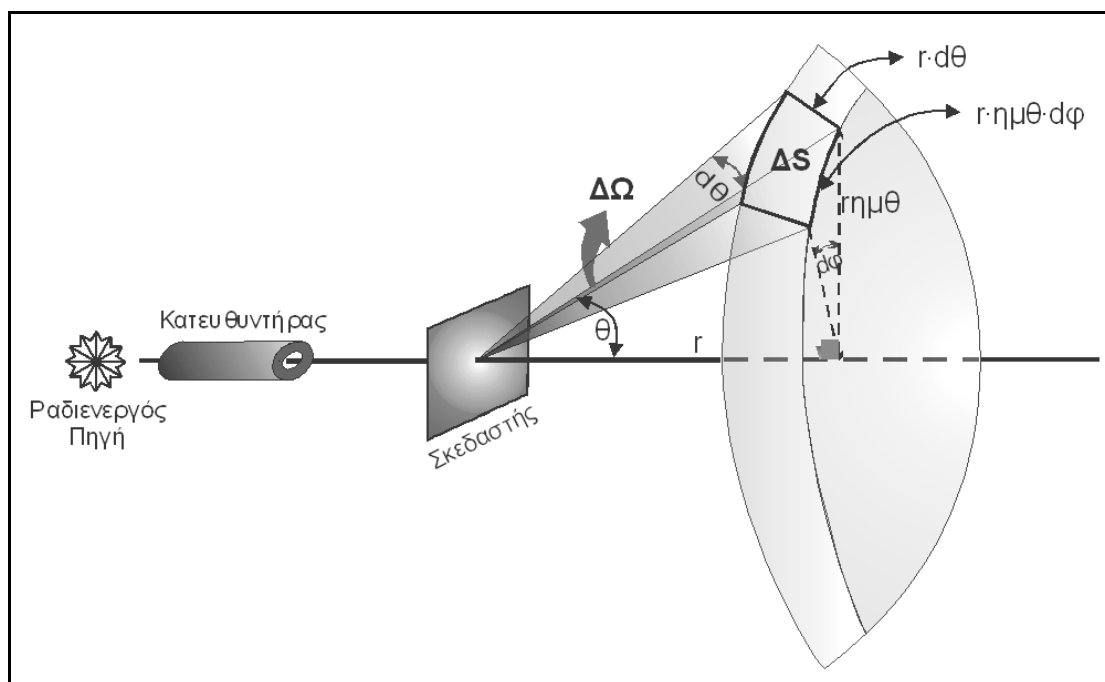
$$\sigma_t = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega \quad [2.5.8]$$



**Σχήμα 2.5.4** Στερεά γωνία  $\Omega$  και στοιχειώδης στερεά γωνία,  $d\Omega$ .

Επειδή συνήθως οι μετρήσεις των σκεδαζομένων σωματιδίων πραγματοποιούνται με ανιχνευτές μικρών σχετικά διαστάσεων,  $\Delta S$ , όπως φαίνεται από το σχήμα 2.5.5:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2} = \frac{(r \cdot d\theta) \cdot (r \cdot \eta\mu\theta \cdot d\varphi)}{r^2} = \eta\mu\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \quad [2.5.9]$$



Σχήμα 2.5.5 Σχηματική παράσταση της διαφορικής ενεργού διατομής.

οπότε θα είναι

$$\sigma_t = \iint \frac{d\sigma}{d\Omega} \eta\mu\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \quad [2.5.10]$$

Εάν η διαφορική ενεργός διατομή είναι ανεξάρτητη από την- γωνία  $\varphi$ , η ολική ενεργός διατομή  $\sigma_t$  μετά από ολοκλήρωση ως προς  $\varphi$ , γίνεται:

$$\sigma_t = 2\pi \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \eta\mu\theta \cdot d\theta \quad [2.2.11]$$

όπου:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma(\theta) \quad [2.2.12]$$

είναι η διαφορική ενεργός διατομή.

## 1.9 ΜΕΣΗ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο κατά την είσοδο δέσμης σωματίων σε υλικό η αντίδραση ενός σωματίου με κάποιο πυρήνα είναι ζήτημα πιθανότητας που εξαρτάται από την ενεργό διατομή  $\sigma$  και την πυκνότητα των πυρήνων του στόχου  $n$ . Αυτό σημαίνει ότι ένα σωματίο είναι πιθανό να αντιδράσει με κάποιον πυρήνα πολύ γρήγορα διανύοντας μικρή διαδρομή  $x$  μέσα στο στόχο ή πολύ αργότερα

διανύοντας μεγάλη διαδρομή  $x$ . Φυσικά υπάρχει πιθανότητα ένα σωματίο να μην αντιδράσει και να εξέλθει από τον στόχο με την ίδια διεύθυνση και ενέργεια.

Μπορούμε συνεπώς να ορίσουμε την μέση απόσταση  $\langle x \rangle$  στην οποία συμβαίνει μια πυρηνική αντίδραση. Έστω  $N_0$  σωματία πέφτουν πάνω στον στόχο,  $N_1$  σωματία αντιδρούν σε πάχος  $dx$  στην θέση  $x_1$ ,  $N_2$  στην θέση  $x_2$  κλπ. Εάν υποθέσουμε ότι ο στόχος έχει άπειρο πάχος τότε όλα τα σωματία της δέσμης θα αντιδράσουν.

Η μέση τιμή  $\langle x \rangle$  των  $x_i$  θα είναι:

$$\langle x \rangle = (N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_i x_i) / (N_1 + N_2 + \dots + N_i) \quad [2.6.1]$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N_0} \int_0^{N_0} x \cdot dN \quad [2.6.2]$$

Επειδή:

$$N = N_0 \cdot e^{-n\sigma} \Rightarrow dN = -n \cdot \sigma \cdot N_0 \cdot e^{-n\sigma} dx$$

$$\langle x \rangle = \int_0^{\infty} x \cdot n \cdot \sigma \cdot N_0 \cdot e^{-n\sigma x} dx$$

$$\langle x \rangle = 1/n\sigma \quad \text{ή}$$

$$\langle x \rangle = 1/\Sigma \quad [2.6.3]$$

Η μέση τιμή  $\langle x \rangle$  ονομάζεται **μέση ελεύθερη διαδρομή**  $\ell$  και είναι χαρακτηριστική για κάθε είδους πυρηνική αντίδραση.

Για παράδειγμα ένα νετρόνιο το οποίο εισέρχεται σε ένα υλικό μέσο μπορεί να κάνει πλήθος από πυρηνικές αντιδράσεις. Για την περίπτωση της σκέδασης ορίζουμε την μέση ελεύθερη διαδρομή σκέδασης  $\ell_s$  για την απορρόφηση ορίζουμε την μέση ελεύθερη διαδρομή απορρόφησης  $\ell_a$  κ.λ.π.

$$\ell_s = 1/\Sigma_s \quad (\Sigma_s = \text{μακροσκοπική ενεργός διατομή σκέδασης})$$

$$\ell_a = 1/\Sigma_a \quad (\Sigma_a = \text{μακροσκοπική ενεργός διατομή απορρόφησης})$$

Επειδή η ολική ενεργός διατομή είναι το άθροισμα των επιμέρους ενεργών διατομών θα είναι:

$$\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a \quad [2.6.4]$$

και

$$1/\ell_t = 1/\ell_s + 1/\ell_a \quad [2.6.5]$$